## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين :

## الموضوع الأول:

### التمرين الأول (06 نقاط):

من بين الإجابات الثلاثة المقترحة، اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة مع التبرير

1) النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\ln\left(\dfrac{x+2}{x^2-4x+5}\right)\right)$ تساوي:

(أ) $1$ (ب) $+\infty$ (ج) $-\infty$

2) قيمة التكامل $\displaystyle\int_2^4 \frac{2x}{(x^2-1)^2}\,dx$ تساوي:

(أ) $\dfrac{4}{15}$ (ب) $\dfrac{15}{4}$ (ج) $\dfrac{1}{4}$

3) حلول المعادلة $3\ln x-\ln 2x=\ln(3x-4)$ :

(أ) $S=\{-2,1\}$ (ب) لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$ (ج) $S=\{2,4\}$

4) حلول المعادلة $e^{2x}-4e^{x}+3=0$

(أ) $S=\{-2,1\}$ (ب) $S=\{0;\ln 3\}$ (ج) $S=\{-4;\ln 2\}$

5) الدالة العددية $g$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=2x+1-\dfrac{1}{x^2}$

دالتها الأصلية $G$ على $]0,+\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x=1$ هي:

(أ) $G(x)=x^2+x-\dfrac{1}{x}$ (ب) $G(x)=x^2+x-1-\dfrac{1}{x}$ (ج) $G(x)=x^2+x+\dfrac{1}{x}-3$

6) $c$ عدد حقيقي، الأعداد $c$ ، $c+2$ ، $c+6$ بهذا الترتيب هي حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل:

(أ) $c=2$ (ب) $c=-2$ (ج) $c=4$

### التمرين الثاني (6 نقاط):

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي: $\begin{cases} u_0=\alpha \\ 4u_{n+1}=u_n+9 \quad , \quad n\geq 0\end{cases}$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي

1) عيّن قيمة $\alpha$ حتى تكون المتتالية $(u_n)$ ثابتة.

نضع $u_0=4$

2) احسب $u_1$ و $u_2$

3) بين أنه من أجل عدد طبيعي $n$ : $u_n \geq 3$ .

4) أُدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم استنتج أنها متقاربة.

5) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n = u_n - 3$

أ) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية يُطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج $v_n$ بدلالة $n$ ، ثم $u_n$ بدلالة $n$ .

ج) اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_1 \times v_2 \times ... \times v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n(n+1)}$

**التمرين الثالث (08 نقاط):**

**I-** نعتبر الدالة $g$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ . (يُعطى: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} x\ln x = 0$)

2) أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ على $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha$ حيث $1,4 < \alpha < 1,5$ .

4) حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ .

**II)** نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = (2x-4)\ln x$ .

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ . فسّر النتيجة هندسيا.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ .

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكّل جدول تغيراتها .

3) عيّن نقط تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل.

4) أ) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب) أنشئ $(T)$ و $(C_f)$ . (تعطى: $f(\alpha) \approx 0,41$)

5) نعتبر الدالة $F$ المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x) = (x^2 - 4x)\ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$ .

أ) بيّن أن $F$ دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ .

ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = 1$ و $x = 2$ .

**انتهى الموضوع الأول**

## الموضوع الثاني:

### التمرين الأول (04 نقاط):

في كلّ ما يلي اختر الإجابة الصّحيحة من بين الاقتراحات الثلاثة مع التّعليل:

| السّؤال | الاقتراح الاول | الاقتراح الثاني | الاقتراح الثّالث |
|---|---|---|---|
| حلّ المعادلة $ln\left(x-2\right)^2=1$ على المجال $]2;+\infty[$ هو: | $2+\frac{1}{e}$ | $2+\sqrt{e}$ | $2-\sqrt{e}$ |
| العدد $ln\left(4^n\right)-nln2$ حيث $n\in\mathbb{N}$ يساوي: | $n\ln 2$ | $\frac{ln4}{ln2}$ | $2$ |
| القيمة المتوسطة للدّالة $g$ على المجال $\left[1,2\right]$ حيث: $g\left(x\right)=x-\frac{1}{x^2}$ هي: | $3$ | $1$ | $ln2$ |
| النّهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3^{n+2}}{3^n}$ تساوي | $3$ | $9$ | $6$ |

### التمرين الثاني (05 نقاط):

لتكن المتتالية $\left(u_n\right)$ المعرفة بحدها الأول $u_0=2$ وبالعلاقة: $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+2$

**1)** أحسب $u_1$، $u_2$ و $u_3$.

**2)** أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n<3$.

ب) بين أن المتتالية $\left(u_n\right)$ متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

**3)** من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع: $v_n=u_n-3$

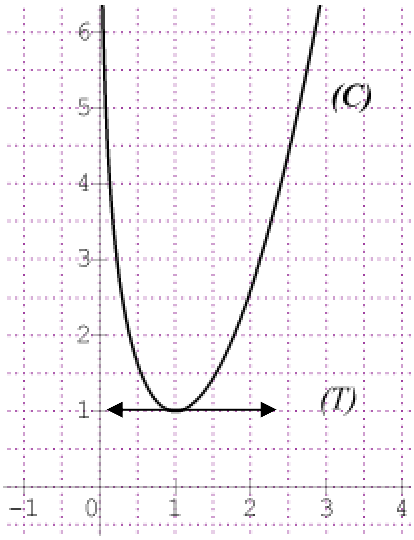
**أ)** أثبت أن المتتالية $\left(v_n\right)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول $v_0$

**ب)** اكتب $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $u_n$ بدلالة $n$ ثم احسب نهاية $\left(u_n\right)$

**4)** أحسب بدلالة $n$ المجموعين $S_1$ و $S_2$ حيث:

$S_1=v_0+v_1+v_2+....+v_n$ و $S_1=u_0+u_1+u_2+....+u_n$

**التمرين الثالث (04 نقاط):**




$f$ دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بتمثيلها البياني المقابل $(C)$ .

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل.

1) المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلا وحيدا على المجال $]0;+\infty[$ .

2) $f'(1)=2$

3) من أجل كلّ $x$ من $]2;+\infty[$ : $f'(x)<0$

4) $f\left(\frac{3}{4}\right)<f\left(\frac{1}{2}\right)$

**التمرين الرابع (07 نقاط):**

$f$ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3-5x^2+4}{x^2}$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ .

1) بيّن أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x)=x-5+\dfrac{a}{x^2}$ ، حيث $a$ عدد حقيقي يُطلب تعيينه.

2) أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ .

3) أ – بيّن أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ .

ب – شكّل جدول تغيرات الدالة $f$ .

4) أثبت أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.

5) أوجد معادلة لـ $(\Delta)$ مماس $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1 .

6) أرسم $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$ .

7) أ – عيّن الدالة الأصلية $F$ للدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ والتي تحقق: $F(2)=-10$ .

ب – أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=2$ .



بالتوفيق في شهادة البكالوريا